Exercice 1

Une fabrique de chocolats construit dans l'année des boîtes de chocolats dont 50 % avec du chocolats au lait, 30 % de chocolats noirs et 20 % de chocolats blancs.

70 % des boîtes présentent des chocolats nature alors que les autres boîtes contiennent des chocolats sont fourrés de caramel. Ces proportions sont indépendantes du chocolat utilisé pour confectionner la boite.

On considère les évènements :

- L : "*le chocolat au lait est utilisé*" ;
- N : "*le chocolat noir est utilisé*" ;
- B : "*le chocolat blanc est utilisé*" ;
- Na : "*les chocolats sont natures*" ;
- C : "*les chocolats sont fourrés au caramel*" ;

Tous les résultats seront donnés sous forme décimale.

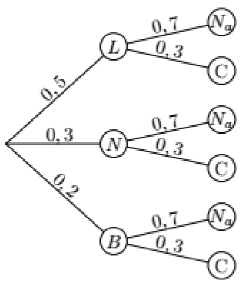
1. Dresser l'arbre pondéré associé à cette situation.
2. On choisit en sortie d'usine, au hasard, une boite produite. Déterminer les probabilités des évènemnts suivants :
   a. "*la boite contient des chocolats noir et nature*"
   b. "*la boite contient des chocolats noir ou nature*"
3. L'entreprise fixe les prix des boîtes de la manière suivante :
   - le prix de base d'une boîte de chocolat est de 9€ ;
   - si le chocolat utilisé est le chocolat noir alors le prix est majoré de 4€ ;
   - si le chocolat utilisé est le chocolat blanc alors le prix est majoré de 2€ ;
   - si les chocolats sont fourrés au caramel, le prix de la boîte augmente de 2€.

   La variable aléatoire $\mathcal{X}$ associe à boîte produit par l'usine son prix de ventre.

   a. Dresser le tableau représentant la loi de probabilité associée à la variable aléatoire $\mathcal{X}$.
   b. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

Correction 1

1. On a l'arbre pondéré suivant :

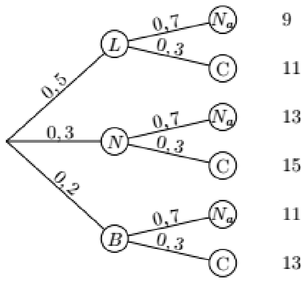


2. a. Cet évènement est obtenu par l'intersection $N \cap N_a$.
   D'après l'arbre pondérée, on a la probabilité suivante :
   $\mathcal{P}(N \cap N_a) = 0{,}3 \times 0{,}7 = 0{,}21$

   b. Cet évènement est obtenu par la réunion $N \cup N_a$.
   On peut décomposer cet évènement comme la réunion des évènements disjoints entre eux suivants :
   $N \cup N_a = N \bigcup (L \cap N_a) \bigcup (B \cap N_a)$
   D'après l'énoncé et l'arbre de pondération de la question précédente, on a les probabilités suivantes :
   - $\mathcal{P}(N) = 0{,}3$
   - $\mathcal{P}(L \cap N_a) = 0{,}35$
   - $\mathcal{P}(B \cap N_a) = 0{,}14$

   Ces évènements étant disjoints entre eux, on a la probabilité suivante :
   $$\mathcal{P}(N \cup N_a) = \mathcal{P}(N) + \mathcal{P}(L \cap N_a) + \mathcal{P}(B \cap N_a) = 0{,}3 + 0{,}35 + 0{,}14 = 0{,}79$$

3. a. Voici l'arbre de pondération sur lequel a été rajouté le prix, sur la colonne de droite, de chacune de ces boites :



   Ainsi, les valeurs prises par la variable aléatoire sont :
   9 ; 11 ; 13 ; 15
   On obtient le tableau ci-dessous donnant la loi de la variable aléatoire $\mathcal{X}$:

k	9	11	13	15
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k)$	0,35	0,29	0,27	0,09

   b. Ainsi, l'espérance de cette variable aléatoire a pour valeur :
$$E(\mathcal{X}) = 9\times\mathcal{P}(\mathcal{X}=9) + 11\times\mathcal{P}(\mathcal{X}=11) + 13\times\mathcal{P}(\mathcal{X}=13) + 15\times\mathcal{P}(\mathcal{X}=15)$$
$$= 9\times0{,}35 + 11\times0{,}29 + 13\times0{,}27 + 15\times0{,}09$$
$$= 11{,}2$$
   Ainsi, en prenant une boîte de chocolat au hasard à la sortie de l'usine, elle devrait coûter 11,2 €.

Exercice 1