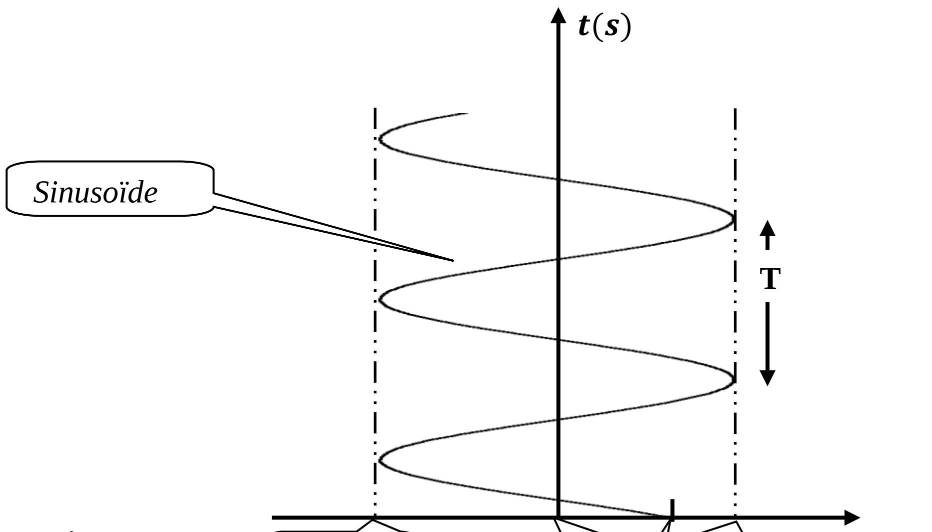
Rappel :

Physique :

Un point mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal, si son abscisse (élongation) est une fonction sinusoïdale du temps : $x(t) = X_m sin\,(\omega.t + \varphi_x)$



Elongation :	$-X_m$	0	$+X_m$
Vitesse :	$V = 0$	$V = \pm V_m$	$V = 0$
Accélération :	$a = +\omega^2 X_m$	$a = 0$	$a = -\omega^2 X_m$

✓ *t on'a :*

Elongation : $x(t) = X_m sin\,(\omega.t + \varphi_x) = X_m sin\,(\frac{2\pi}{T}.t + \varphi_x)$

Vitesse : $v(t) = V_m sin\,(\omega.t + \varphi_v) = \omega.X_m sin\,(\omega.t + \varphi_x + \frac{\pi}{2})$

Accélération : $a(t) = A_m sin\,(\omega.t + \varphi_a) = \omega^2.X_m sin\,(\omega.t + \varphi_x + \pi)$

Equation indépendante du temps entre x et v : $x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = X_m^2 \Leftrightarrow v = \pm\omega\sqrt{X_m^2 - x^2}$

Equation indépendante du temps entre x et a : $a + \omega^2.x = 0 \Leftrightarrow a = -\omega^2.x$

Note Bien : *Le vecteur accélération* $\vec{a}$ *et le vecteur position* $\overrightarrow{OM}$ *sont colinéaires mais de sens contraires : le vecteur* ***accélération*** *est dit* ***centripète.***

$$\vec{a} = -\omega^2.\overrightarrow{OM}$$

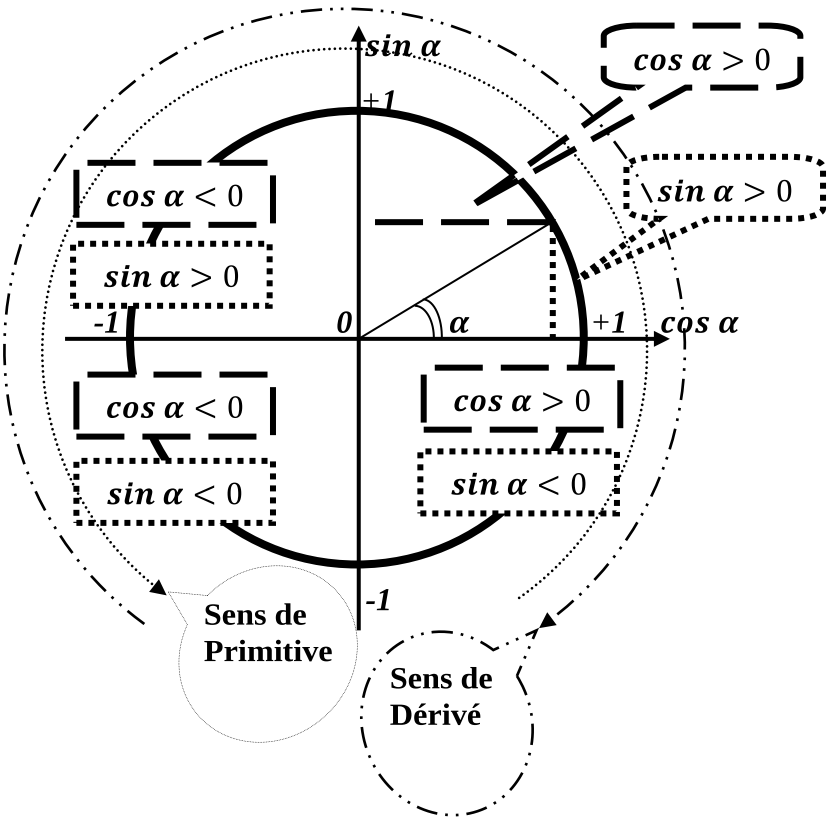
☞ Mathématique :

Primitive de la fonction	Fonction	Dérivée de la fonction
/	$u.v$	$u'.v+u.v'$
/	$u+v$	$u'+v'$
/	$u(t)=\omega.t+\varphi$	$u'(t)=\omega$
$-\frac{1}{u'(t)}.cos\,[\,u(t)\,]$	$sin\,[\,u(t)\,]$	$u'(t).cos\,[\,u(t)\,]$
$-\frac{1}{\omega}.cos\,(\,\omega.t+\varphi)$	$sin\,(\,\omega.t+\varphi)$	$\omega.cos\,(\,\omega.t+\varphi)$
$\frac{1}{u'(t)}.sin[\,u(t)\,]$	$cos\,[\,u(t)\,]$	$-u'(t).sin\,[\,u(t)\,]$
$\frac{1}{\omega}.sin\,(\,\omega.t+\varphi)$	$cos\,(\,\omega.t+\varphi)$	$-\,\omega.sin\,(\,\omega.t+\varphi)$

$$cos\,\alpha = sin\,(\,\alpha+\frac{\pi}{2})$$

$$sin\,(\alpha+\pi) = -sin\,\alpha$$

$$sin^2\,\alpha + cos^2\,\alpha = 1$$



Exercice N°1 :

L'accélération d'un mobile en mouvement rectiligne est liée à son abscisse par la relation :

$$a(t) = -4.x(t)$$

1) Montrer que le mouvement de ce mobile est sinusoïdal.

2) Déterminer sa période et sa fréquence.

3) Sachant que la valeur maximale de la vitesse du mobile est **0,5 m.s^{-1}**, trouver la valeur de son amplitude.

Exercice N°2 :

Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne d'équation horaire :

$$x(t) = 5.10^{-2}\cos\left(\frac{2\pi}{7}.t\right) + 2.10^{-2}\cos\left(\frac{2\pi}{7}.t + \pi\right) \quad ; x \text{ en "m" et } t \text{ en "s"}.$$

1) Montrer que le mouvement de ce mobile est sinusoïdal.

2) Préciser l'amplitude, la pulsation et la phase initiale du mouvement.

3) Calculer la période **T** puis la fréquence **N** du mouvement.

4) Ecrire l'expression en fonction du temps de la vitesse $v(t)$ et de l'accélération $a(t)$.

5) Déterminer l'élongation, la vitesse et l'accélération du mobile à l'instant $t_1 = 7s$.

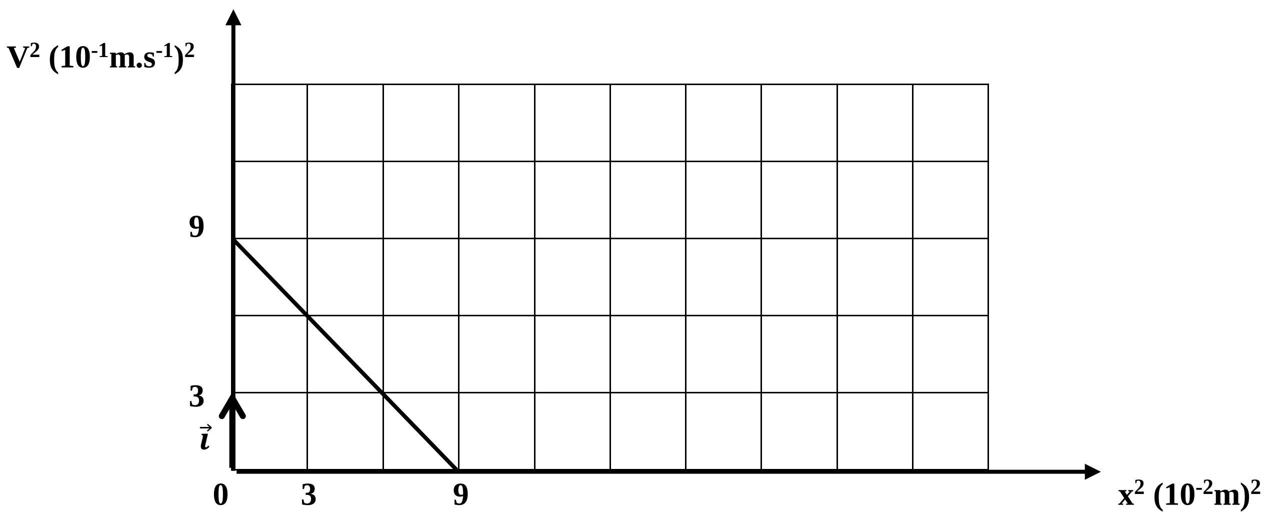
Exercice N°3 :

Un mobile effectue un mouvement rectiligne sinusoïdal.

1) **a)** Donner les expressions $x(t)$ et $v(t)$.

b) Montrer que : $V^2 = \omega^2(-x^2 + X_m^2)$.

2) On donne le graphe suivant :



a) Déduire à partir du graphe la valeur de :

a$_1$) La pulsation du mouvement.

a$_2$) L'amplitude du mouvement.

b) Sachant que la phase initiale de la vitesse est $\varphi_v = \pi$; déduire $x(t)$ et $v(t)$.

c) Représenter $x(t)$ et $v(t)$ sur le même système d'axe.

3) **a)** Etablir l'équation différentielle du mouvement.

b) Déduire l'expression de $a(t)$.

Exercice N°4 :

Un ressort à spires non jointives de raideur **K=40N.m^{-1}** dont une extrémité est fixée est relié à un solide **(S)** de masse **m=100g** et de centre d'inertie **G. (S)** peut se déplacer dans un plan horizontal. On néglige tous les frottements. La position du centre d'inertie **G** est donnée par le vecteur de position $\overrightarrow{OG} = x\vec{i}$. L'origine **O** du repère correspond à la position d'équilibre de **(S).**

1) **a)** Indiquer sur un schéma les forces appliquées sur **(S)** lorsque ce dernier est hors position d'équilibre.

b) Calculer la pulsation ω_0 du mouvement.

2) On écarte **(S)** de sa position d'équilibre de $x_0 = -3cm$ et à un instant pris comme origine du temps ; on le lance dans le sens positif avec une vitesse de valeur **1,04m.s^{-1}**.

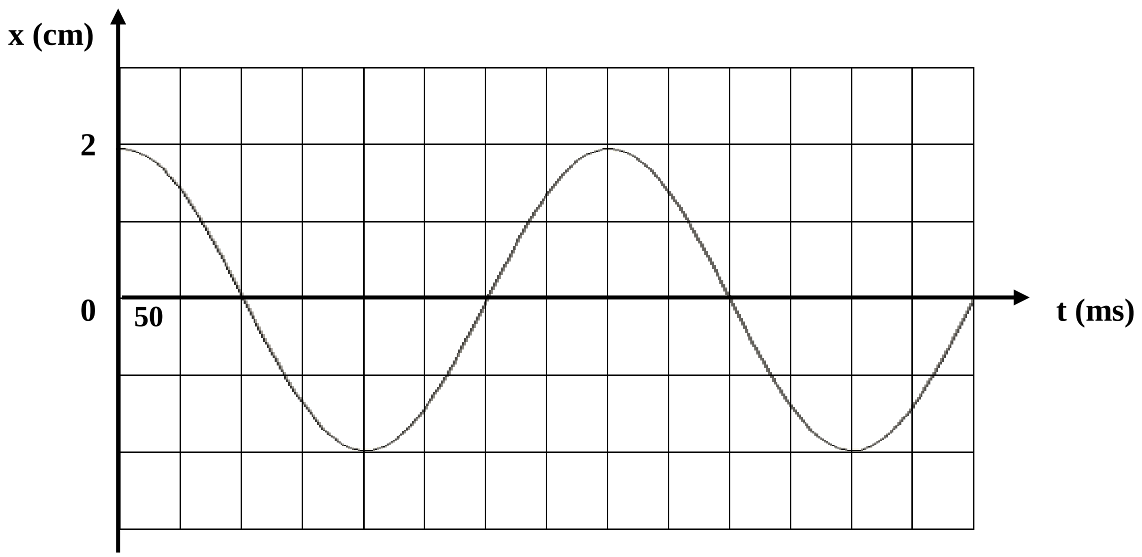
a) Trouver une relation entre x_0 et v_0.

b) En déduire les valeurs de X_m et φ.

c) Déduire alors la loi horaire du mouvement.

3) On remplace le solide **(S)** par un solide **(S')** de masse **m'**.

La courbe de la figure ci-dessous représente l'enregistrement graphique du mouvement de **(S')**.



a) Proposer un montage qui permet d'obtenir ce graphe.

b) Déterminer **m'** ; X_m et la phase φ'.

c) Trouver l'instant t_0 du premier passage de **(S')** par la position d'équilibre dans le sens positif.

d) Vérifier ce résultat graphiquement.

BON TRAVAIL...