LYCEE SAID BOU BAKKER MOKNINE
PROF: SALAH HANNACHI
« 4^{EME}MATHS»

2014/2015
SERIE D'EXERCICES
Déplacements-Antidéplacements

Exercice n1 :

Cocher la réponse exacte :

1) Soit $\vec{u}$ un vecteur non nul et A un point quelconque. L'application $t_{\vec{u}}$ o S_A est :
 a) une translation b) une symétrie centrale c) une symétrie glissante

2) Un déplacement qui fixe deux points distincts est :
 a) une translation de vecteur non nul b) une rotation d'angle non nul c) l'identité du plan

3) La composée de deux symétries glissantes est
 a) une symétrie glissante b) un déplacement c) une symétrie orthogonale

4) Soit D une droite et O un point de D. L'application S_D o $R_{(O,\frac{\pi}{3})}$ est
 a) une symétrie orthogonale b) une rotation c) une symétrie glissante

5) Soit A et B deux points distincts. L'application S_A o S_B est :
 a) la translation $t_{2\overrightarrow{AB}}$ b) l'identité du plan c) la translation $t_{2\overrightarrow{BA}}$

6) Soit R la rotation de centre O et d'angle $-\frac{\pi}{6}$. La rotation R transforme le point M d'affixe z en un point M' d'affixe z' tel que :
 a) $z'=(\sqrt{3}-i)z$ b) $z'=-e^{i\frac{\pi}{6}}z$ c) $z'=\frac{\sqrt{3}-i}{2}z$

Exercice n2 :

Soit ABC un triangle rectangle en C tel que $(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ et soit r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$
On donne D=r(C) et $E=r^{-1}(B)$. On désigne par I le milieu du segment [CD].

1) a) Montrer qu'il existe un unique déplacement f tel que f(A)=D et f(C)=A.
 b) Préciser la nature et les éléments caractéristiques de f.
2) Soit g=f o r
 a) Montrer que g est une translation et déterminer son vecteur.
 b) Soit F=g(E). Montrer que f(B)=F. En déduire la nature du triangle BIF.
3) Soit $G=t_{\overrightarrow{AD}}(I)$
 a) Montrer qu'il existe un unique antidéplacement h tel que h(C)=D et h(I)=G
 b) Montrer que h est une symétrie glissante dont on précisera le vecteur et l'axe.

Exercice n3 :

Dans le plan orienté, on considère un losange ABCD tel que : $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}})\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$.
Soit f l'isométrie du plan définie par : f(A)=B ; f(B)=D et f(D)=C.
1) Prouver que f est un antidéplacement.
2) Déterminer (f o f)(A) et (f o f)(B), puis préciser la nature et les éléments caractéristiques de f.

Exercice n4 :

Soit ABCD un carré tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ et soit O son centre. On désigne par I et J les milieux respectifs de [OB] et [BC] et par E le symétrique de O par rapport à (BC). Soit H le point d'intersection des droites (AE) et (BC).

1) a) Montrer qu'il existe un unique déplacement f tel que f(A)=C et f(O)=E.

b) Identifier f.

c) Soit K=f(I). Montrer que K est le milieu de [BE] et en déduire que les points O, H et K sont alignés.

2) Soit g l'antidéplacement tel que g(A)=C et g(O)=E.

Montrer que g est une symétrie glissante dont on précisera l'axe et le vecteur.

<u>Exercice n5 :</u>

Dans le plan orienté, on considère un carré ABCD de centre O tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

Soit les isométries suivantes $f=S_{(CB)} o S_{(AD)} o S_{(AB)}$ et $g=S_{(CB)} o S_{(AD)}$.

1) a) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de g.

b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f.

2) Soit R la rotation de centre C et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

a) Construire le point E =R(A).

b) Quelle est la nature du triangle CAE ?

c) Montrer que les points B, D et E sont alignés.

3) Soit I le milieu de [EA].

a) Vérifier que $R= S_{(CI)} o S_{(OA)}$

b) Donner alors la nature et les éléments caractéristiques de $h=S_{(CI)} o R o S_{(CI)}$

<u>Exercice n6 :</u>

Dans le plan orienté, on considère un rectangle ABCD tel que AB=2AD et $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

On note I et J les milieux respectifs des segments [AB] et [DC] et K le symétrique de I par rapport à (DC).

1) On pose $f=S_{(CI)} o\, t_{\overrightarrow{AB}} o S_{(IJ)}$

a) Caractériser l'application : $S_{(CB)} o S_{(IJ)}$.

b) En déduire que f est une rotation dont on précisera l'angle et le centre.

2) Soit M un point de la demi-droite [BA). La perpendiculaire à (CM) en C coupe (IJ) en N.

Montrer que f(M)=N. En déduire la nature du triangle CMN.

3) On pose $g=t_{\overrightarrow{IK}} o S_{(IC)}$.

a) Caractériser l'application : $g\ o\ S_{(AJ)}$

b) En déduire que g est une symétrie glissante dont on précisera l'axe et le vecteur.

4) Soit h une isométrie qui fixe un point de la droite (AB) et transforme (AB) en (IJ).

a) Montrer que h fixe le point I.

b) Déterminer alors toutes les isométries h.

<u>Exercice n7 :</u>

Soit $\mathcal{C}$ un cercle de centre O et de diamètre [BC]. A le point de $\mathcal{C}$ tel que $(\widehat{\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$, A' le point diamétralement opposé à A sur $\mathcal{C}$ et $I=S_{(BC)}(A)$

1) a) Montrer qu'il existe un unique déplacement f tel que f(A)=C et f(B)=O.

b) Montrer que f est une rotation. Montrer que I est le centre de f.

c) Montrer que f(O)=A'.

2) Soit g l'antidéplacement tel que g(A)=A' et g(B)=C.

a) Montrer que $g = S_O\ O\ S_{(AB)}$

b) Déduire la nature et les éléments caractéristiques de g.

3) Soit E le point tel que OICE est un parallélogramme et D=f(C). On pose $t = f \circ R_{(D,-\frac{\pi}{3})}$.

a) Déterminer t(C) et caractériser t.

b) Déterminer t(E). En déduire la nature du triangle EBD.