Fiche de cours *2ème info*

BARYCENTRE

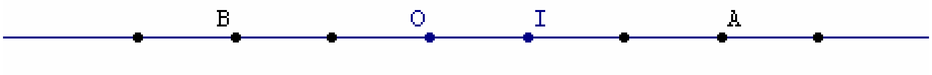
MATHS AU LYCEE *** ALI AKIR

Site Web : *http://maths-akir.midiblogs.com/*

Mesure algébrique d'un vecteur.

Soit Δ une droite munie d'un repère (O, I), soit A et B deux points de Δ, on appelle mesure algébrique du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et l'on note $\overline{AB}$ la différence $x_B - x_A$ des abscisses x_B de B et x_A de A dans le repère (O, I) ; on a donc : $\overline{AB} = x_B - x_A$ et, en particulier $\overline{AA} = 0$.

Exemple : *On a $x_A = 2$ et $x_B = -2$ alors $\overline{AB} = x_B - x_A = -2 - 2 = -4$*



Remarques

1) *On a, pour tout point M de Δ, $\overline{OM} = x_M - x_0 = x_M$. En particulier $\overline{AB} = x_B - x_A = \overline{OB} - \overline{OA}$*
2) *On a : $\left|\overline{AB}\right| = \left|x_B - x_A\right| = AB$*
3) *Relation de Chasles : Pour tout points A, B, C d'une droite Δ munie d'un repère (O,I), on a l'égalité :*

$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$

Barycentre de 2 point pondérés

Soit (A, α) et (B, β) un système de 2 points pondérés tels que $\alpha + \beta \neq 0$

On appelle Barycentre de (A, α) et (B, β) l'unique point G défini par $\alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} = \vec{0}$

Remarque : Cette dernière égalité équivaut à $\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta}\overrightarrow{AB}$, ce qui implique que :

•Le barycentre de deux points est inchangé lorsqu'on remplace les deux coefficients par des coefficients proportionnels.

•Le barycentre de 2 points A et B appartient à (AB). Il est sur le segment [AB] lorsque α et β sont de même signe, au milieu si $\alpha = \beta$, et le plus proche du point ayant le coefficient le plus grand en valeur

Propriété :

Soit $\{(A, \alpha), (B, \beta)\}$ est un système de 2 points pondérés tels que $\alpha + \beta \neq 0$ et $G = Bar\{(A, \alpha), (B, \beta)\}$ .Alors pour tout point M du plan, on a :

$\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} = (\alpha + \beta)\overrightarrow{MG}$ *ou encore* $\overrightarrow{MG} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}\overrightarrow{MA} + \frac{\beta}{\alpha + \beta}\overrightarrow{MB}$

Pour : M=A on a : $\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta}\overrightarrow{AB}$

Pour : M=B on a : $\overrightarrow{BG} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}\overrightarrow{BA}$

Propriété :

Si le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, et si on note $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$, et $G(x_G, y_G)$, alors

$x_G = \frac{\alpha x_A + \beta x_B}{\alpha + \beta}$ *et* $y_G = \frac{\alpha y_A + \beta y_B}{\alpha + \beta}$

Construction d'un barycentre

$G = Bar\{(A, \alpha), (B, \beta)\}$ *signifie* $\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta}\overrightarrow{AB}$ *alors* $\frac{\overline{AG}}{\overline{AB}} = \frac{\beta}{\alpha + \beta}$.

Tracer Δ une sécante à (AB) passant par A et placer les points E et F de Δ tel que $\overline{AE} = b$ et $\overline{AF} = a + b$ d'où

$\frac{\overline{AG}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{AF}}$ *d'après Thalès : $(GE)//(BF)$*

Barycentre de trois points pondérés

Soit $\{(A, \alpha), (B, \beta), (C, \gamma)\}$ un système de 3 points pondérés tels que $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$

On appelle Barycentre de $\{(A, \alpha), (B, \beta), (C, \gamma)\}$ l'unique point G défini par $\alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} + \gamma\overrightarrow{GC} = \vec{0}$

Propriété : Pour tout point M du plan, on a : $\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} + \gamma\overrightarrow{MC} = (\alpha + \beta + \gamma)\overrightarrow{MG}$, ou encore $\overrightarrow{MG} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma}\overrightarrow{MA} + \frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma}\overrightarrow{MB} + \frac{\gamma}{\alpha + \beta + \gamma}\overrightarrow{MC}$.

Propriété *(dite du « barycentre partiel ») : Soit* $\{(A,\alpha),(B,\beta),(C,\gamma)\}$ *un système de 3 points pondérés tels que* $\alpha+\beta+\gamma \neq 0$.

Si $\beta+\gamma \neq 0$ *, et si on note H le barycentre du système* $\{(B,\beta),(C,\gamma)\}$ *, alors le barycentre G du système* $\{(A,\alpha),(B,\beta),(C,\gamma)\}$ *est aussi barycentre du système* $\{(A,\alpha),(H,\beta+\gamma)\}$

Autrement, dit, dans l'écriture d'un système de points pondérés, on peut remplacer un certain nombre de points par leur barycentre « partiel », affecté de la somme de leurs coefficients.

Isobarycentre :

L'isobarycentre des points A,B et C est le barycentre du système $\{(A,1),(B,1),(C,1)\}$ *(ou plus généralement A,B et C affectés du même coefficient).*

Exemples :

L'isobarycentre de deux points est le milieu du segment formé par ces deux points, l'isobarycentre des sommets d'un triangle est le centre de gravité du triangle.